

RECONSTITUIREA ELEMENTELOR GEOMETRICE ALE UNUI ANGRENAJ CILINDRIC CU DINȚI ÎNCLINAȚI

1. Scopul lucrării

Restabilirea elementelor geometrice ale unui angrenaj cilindric cu dinți înclinați, deteriorat.

2. Elemente teoretice.

2.1. Cremaliera de referință cu dinți înclinați

Cremaliera de referință cu dinți înclinați este o cremalieră standardizată (SR ISO 53:2011, [1]), cu flancuri plane, având direcția dinților înclinată față de axa roții cu care angrenează, figura 1. Aceasta servește pentru definirea roților dințate evolventice, elementele geometrice ale danturii fiind definite în raport cu *dreapta de referință* (dreapta pe care lățimea dintelui este egală cu lățimea golului dintre dinți), figura 1.

Geometria cremalierii este determinată de profilul său în secțiune normală N-N (perpendiculară pe direcția dinților) și de unghiul de înclinare al dinților β . Unghiul β este același pentru ambele roți care formează angrenajul, putând lua valori între $(8...30)^\circ$, dar în mod uzual se folosesc valori între $(8...12)^\circ$.

Modulul în plan normal, m_n , este definit ca raportul dintre pasul normal și π , fiind standardizat conform SR ISO 54:2011, [2], tabelul 1.

Parametrii geometrici ai cremalierii de referință, precum și ai roților care alcătuiesc angrenajul, se exprimă în planul frontal T-T în funcție de modulul frontal, m_t , prin relații similare celor din cazul roților dințate cilindrice cu dinți drepte.

Tabelul 1 Valoarea modulului m_n , pentru mecanica generală și grea

	Valoarea modulului m_n , mm, pentru mecanica generală și grea, conform SR ISO 54:2011
Serie uzuală	1; 1,25; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20; 25; 32; 40; 50; 60; 80
Seria mai puțin utilizată	1,125; 1,375; 1,75; 2,25; 2,75; 3,5; 4,5; 5,5; 7; 9; 11; 14; 18; 22; 28; 36; 45; 55; 70; 90; 100

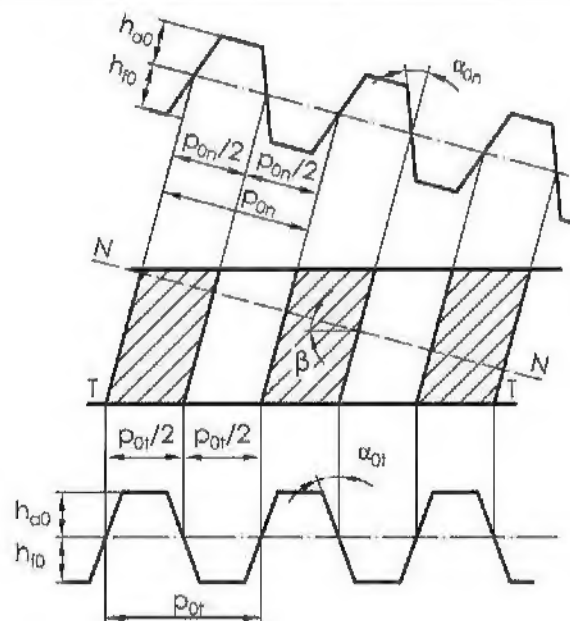


Fig. 1 Elementele cremalierei de referință

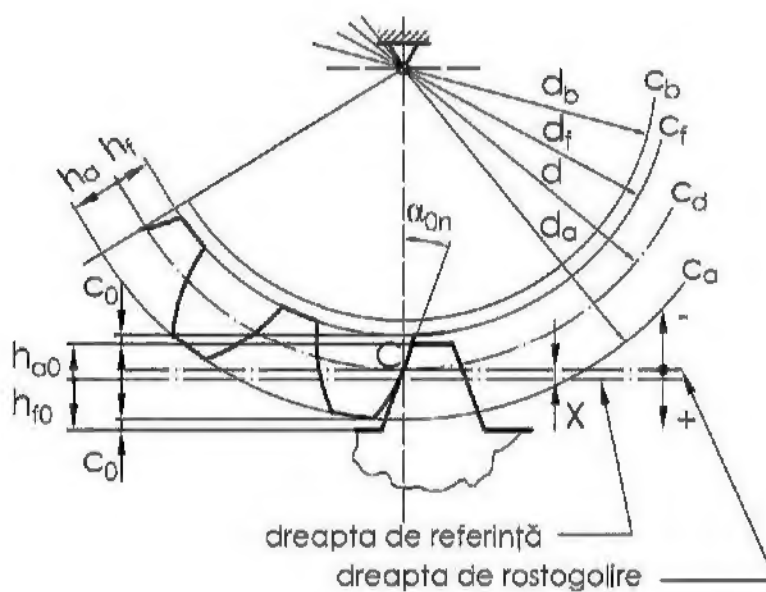


Fig. 2 Elementele geometrice ale danturii unei roți cilindrice

$$m_t = \frac{m_n}{\cos(\beta)} \quad (1)$$

Parametrii geometrici se apreciază cu relațiile descrise în continuare.

Pasul danturii în plan frontal, p_{0t} - distanța dintre două profile omoloage și consecutive, măsurată pe dreapta de referință sau pe o dreaptă paralelă cu aceasta;

$$p_{0t} = \pi \cdot m_t \quad (2)$$

Înălțimea de referință a capului dintelui, h_{a0} - distanța dintre dreapta de referință și dreapta de cap;

$$h_{a0} = h_{a0t}^* \cdot m_t = h_{a0n}^* \cdot m_n \rightarrow h_{a0t}^* = h_{a0n}^* \cdot \cos(\beta) \quad (3)$$

Jocul radial, sau *jocul la fundul danturii*, c_0 - este diferența dintre înălțimea de referință a piciorului dintelui h_{f0} și înălțimea de referință a capului dintelui h_{a0} ;

$$c_0 = c_{0t}^* \cdot m_t \quad (4)$$

$$c_{0t}^* = c_{0n}^* \cdot \cos(\beta) \quad (\text{similar cu } h_{a0t}^*) \quad (5)$$

Înălțimea de referință a piciorului dintelui, h_{f0} - distanța dintre dreapta de referință și dreapta de picior;

$$h_{f0} = (h_{f0t}^* + c_{0t}^*) \cdot m_t \quad (6)$$

Înălțimea dintelui, h_0 - distanța dintre dreapta de cap și dreapta de picior;

$$h_0 = h_{a0} + h_{f0} \quad (7)$$

Raza de racordare la piciorul dintelui, ρ_0 - raza cercului de racordare dintre profilul dintelui și dreapta de picior;

Unghiul de înclinare a profilului dintelui cremalierii în plan normal α_{0n} și respectiv *frontal*, α_{0t} - unghiul profilului, format cu o dreaptă perpendiculară pe dreapta de referință în plan normal și respectiv frontal.

O cremalieră standard este definită de următorii parametri:

$$h_{a0n}^* = 1; h_{f0n}^* = 1; c_{0n}^* = 0,25; \alpha_{0n} = 20^\circ \Rightarrow \operatorname{tg}(\alpha_{0t}) = \frac{\operatorname{tg}(\alpha_{0n})}{\cos(\beta)} \quad (8)$$

Cremaliera complementară celei de referință se numește cremaliera generatoare și are forma golurilor dintre dinții cremalierei de referință.

2.2. Calculul geometric al angrenajului cilindric exterior cu dinți înclinați

Roțile cilindrice cu dinți înclinați se definesc din condiția de angrenare fictivă cu cremaliera de referință, fără joc între flancuri și cu joc radial standardizat. În calculul geometric al roților cilindrice cu dinți înclinați se exprimă parametrii geometrici în planul frontal, [3]. Pentru restabilirea geometriei unui angrenaj distrus prezintă importanță următorii parametri geometrici, (figura 1 și figura 2):

Numărul de dinți, $z_{1,2}$ ($z_{1,2} \in \mathbb{N}$);

Modulul frontal, m_f mm, dat de relația (1).

Diametrul de divizare:

$$d_{1,2} = m_f \cdot z_{1,2} \quad (9)$$

Pasul pe cercul de divizare:

$$p_f = \frac{\pi \cdot d_{1,2}}{z_{1,2}} = \pi \cdot m_f \quad (10)$$

Diametrul de bază:

$$d_{b1,2} = d_{1,2} \cdot \cos(\alpha_{0t}) \quad (11)$$

Înălțimea de referință a capului dintelui:

$$h_a = h_{a0t}^* \cdot m_f \quad (12)$$

Înălțimea de referință a piciorului dintelui:

$$h_f = h_{f0t}^* \cdot m_f \quad (13)$$

Înălțimea de referință al dintelui:

$$h = h_a + h_f = (h_{a0t}^* + h_{f0t}^*) \cdot m_f \quad (14)$$

Jocul la capul dintelui:

$$c = c_{0t}^* \cdot m_t \quad (15)$$

Coeficientul deplasării de profil;

Înălțimea capului dintelui:

$$h_{a1,2} = (h_{a0t}^* + x_{f1,2}) \cdot m_t \quad (16)$$

Înălțimea piciorului dintelui:

$$h_{f1,2} = (h_{f0t}^* + c_{0t}^* - x_{f1,2}) \cdot m_t \quad (17)$$

Înălțimea dintelui:

$$h_{1,2} = h = (h_{a0t}^* + h_{f0t}^* + c_{0t}^*) \cdot m_t \quad (18)$$

Diametrul de rostogolire:

$$d_{w1,2} = d_{1,2} + 2 \cdot m_t \cdot x_{f1,2} = m_t \cdot (z_{1,2} + 2 \cdot x_{f1,2}) \quad (19)$$

Diametrul de cap:

$$d_{a1,2} = d_{1,2} + 2 \cdot h_{a1,2} = d_{1,2} + 2 \cdot (h_{a0t}^* + x_{f1,2}) \cdot m_t \quad (20)$$

Diametrul de picior:

$$d_{f1,2} = d_{1,2} - 2 \cdot h_{f1,2} = d_{1,2} - 2 \cdot (h_{f0t}^* + c_{0t}^* - x_{f1,2}) \cdot m_t \quad (21)$$

Distanța de referință dintre axe:

$$a = \frac{(z_1 + z_2) \cdot m_t}{2} \quad (22)$$

Distanța între axe:

$$a_w = \frac{d_{w1} + d_{w2}}{2} = a \cdot \frac{\cos(\alpha_{0t})}{\cos(\alpha_{wt})} \quad (23)$$

Coeficientul deplasărilor de profil însumate:

$$x_s = x_t \cdot m_t = x_n \cdot m_n \quad (24)$$

Funcția involută pentru unghiul de presiune, α_{0t} :

$$\text{inv}(\alpha_{0t}) = \text{tg}(\alpha_{0t}) - \alpha_{0t} \quad (25)$$

Unghiul de angrenare, α_{wt} , se determină din relația generală a angrenării:

$$\text{inv}(\alpha_{wt}) - \text{inv}(\alpha_{0t}) = 2 \cdot \text{tg}(\alpha_{0n}) \cdot \frac{x_{n1} + x_{n2}}{z_1 + z_2} \quad (26)$$

și rezultă:

$$\text{inv}(\alpha_{wt}) = \text{inv}(\alpha_{0t}) + \frac{2 \cdot x_s \cdot \text{tg}(\alpha_{0n})}{z_1 + z_2} \quad (27)$$

3. Determinarea parametrilor roților dințate cilindrice

3.1. Metoda măsurării diametrului de cap al roții

Neglijarea deplasării de profil în relația (20) permite estimarea valorii modulului frontal:

$$m_t = \frac{d_{a1,2}}{z_{1,2} + 2 \cdot (h_{a0t}^* + x_{t1,2})} \quad (28)$$

În continuare modulul normal se estimează cu ajutorul relației (1):

$$m_n = m_t \cdot \cos(\beta) \quad (29)$$

și se adoptă, din tabelul 1, valoarea standardizată cea mai apropiată.

Așa cum s-a precizat, doar modulul normal este standardizat conform SR ISO 54:2011, [2].

3.2. Metoda măsurării cotei peste dinți

Curba evolventă este descrisă de un punct de pe o dreaptă ce se rostogolește pe cercul de bază. Ca urmare, pentru orice punct de pe evolventă, tangenta la cercul de bază are două proprietăți importante:

- i. este normală la profilul evolventă, și
- ii. are lungimea egală cu lungimea arcului de cerc pe care s-a realizat mișcarea de rostogolire a dreptei generatoare.

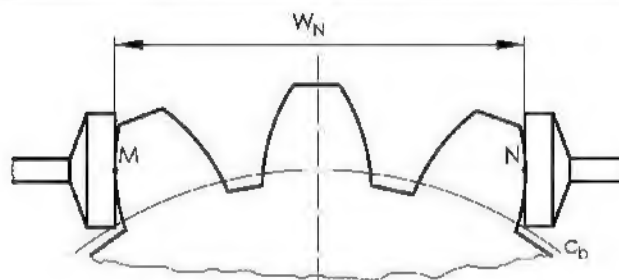


Fig. 3 Măsurarea cotei peste dinți

În consecință, tangenta la cercul de bază va delimita între două evolvente ale unor flancuri antiomoloage, figura 3, un segment egal cu lungimea arcului corespunzător de pe cercul de bază, cuprins între aceleași flancuri antiomoloage. Lungimea arcului de cerc astfel delimitat este evident în relație directă cu pasul de bază.

Măsurarea cotei peste dinți reprezintă o metodă mai exactă de determinare a modulului danturii și a coeficienților de corecție a danturii (în cazul în care există deplasare a danturii). Această măsurare, [4] se efectuează în planul frontal, conform schemei din figura 3.

Pentru determinarea pasului de bază se măsoară în plan frontal cota peste N și $N+1$ dinți, relațiile aferente fiind următoarele:

$$W_N = N \cdot p_b + s_b \quad (30)$$

$$W_{N+1} = (N+1) \cdot p_b + s_b \quad (31)$$

$$p_b = W_{N+1} - W_N \quad (32)$$

în care: N - numărul de dinți peste care se măsoară cota W_N ;

s_b - grosimea dintelui pe cercul de bază în plan frontal.

Pentru danturi normale ($\alpha_{0n} = 20^\circ$), numărul de dinți peste care se măsoară cota W_N se determină cu relația:

$$N = \frac{Z}{9} + 0,5 \quad (33)$$

Deoarece evolventa este mai precisă spre vârful dintelui valoarea obținută pentru numărul N se rotunjește superior.

Modulul m_t poate fi determinat din relația pasului pe cercul de bază:

$$m_t = \frac{p}{\pi} = \frac{p_b}{\pi \cdot \cos(\alpha_{0t})} = \frac{W_{N+1} - W_N}{\pi \cdot \cos(\alpha_{0t})} \quad (34)$$

în care: p_b - reprezintă pasul pe cercul de bază, definit în plan frontal;
 α_{0t} - reprezintă unghiul de angrenare de referință în plan frontal
 și se calculează folosind relația (8).

Modulul normal, m_n , se estimează cu relația (29), dedusă din relația (1).

Valoarea obținută pentru modulul normal se rotunjește la cea mai apropiată valoare din SR ISO 54:2011, conform tabelului 1. Se recalculează corespunzător valoarea modulului frontal $m_t = m_n / \cos(\beta)$.

Deplasarea specifică de profil, x_n , corespunzătoare fiecărei roți, se calculează cu relația următoare:

$$x_n = \frac{W_{N(n-n)} - [\pi \cdot (N - 0,5) + z \cdot \text{inv}(\alpha_{0n})] \cdot m_{nSTAS} \cdot \cos(\alpha_{0n})}{2 \cdot m_{nSTAS} \cdot \sin(\alpha_{0n})} \quad (35)$$

$$\text{unde } W_{N(n-n)} = W_N \cdot \cos(\beta) \quad (36)$$

Dacă se face notația:

$$W_{N(n-n)}^* = [\pi \cdot (N - 0,5) + z \cdot \text{inv}(\alpha_{0n})] \cdot m_{nSTAS} \cdot \cos(\alpha_{0n}) \quad (37)$$

relația anterioară se poate scrie prescurtat în felul următor:

$$x_n = \frac{W_{N(n-n)} - W_{N(n-n)}^*}{2 \cdot m_{nSTAS} \cdot \sin(\alpha_{0n})} \quad (38)$$

O deplasare de profil cu semnul „+” semnifică o deplasare pozitivă a danturii, iar cea cu semnul „-” o deplasare negativă a danturii.

După stabilirea numărului de dinți, a modulului și a deplasărilor de profil, pentru fiecare roată, se poate trece la calcularea parametrilor geometrici și întocmirea desenelor de execuție.

3.3. Stabilirea coeficienților de deplasare de profil pentru încadrarea angrenajului în distanța de referință

Există două motive principale pentru care distanța de referință a este diferită față de distanța dintre axe a_w :

- șirul distanțelor între axe a_w este normalizat,
- la reparații când trebuie înlocuit un angrenaj a_w este impus.

Se vor considera două criterii pentru realizarea corijării danturii roților dințate:

- încadrarea într-o distanță impusă: $a \neq a_w$;
- evitarea subțierii la baza dintelui și a interferenței în angrenare: $z \leq z_{min}$.

a) Pentru încadrarea într-o distanță impusă, atunci când $a \neq a_w$, se determină suma deplasărilor de profil din relația (26), obținându-se:

$$x_s = x_{n1} + x_{n2} = \frac{z_1 + z_2}{2 \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{0n})} \cdot (\operatorname{inv}(\alpha_{wt}) - \operatorname{inv}(\alpha_{0t})) \quad (39)$$

- distanța dintre axe a_w este normalizată conform STAS 6055:80, [5], sau este impusă (distanța dintre axele celor doi arbori în cazul transmisiei deteriorate),
- distanța de referință a se calculează cu relația (22),
- unghiul de angrenare în plan frontal se obține din relația (23):

$$\cos(\alpha_{wt}) = \frac{a}{a_w} \cdot \cos(\alpha_{0t}) \quad (40)$$

b) Dacă $z \leq z_{min}$, atunci se determină deplasarea de profil în plan normal pentru pinion x_{n1} :

$$x_{n1} \geq h_{a0n}^* - z_1 \cdot \frac{\sin^2(\alpha_{0t})}{2 \cdot \cos(\beta)} \quad (41)$$

Ca regulă generală, dacă nu sunt impuse alte condiții, se utilizează o modificare de profil pozitivă a danturii $x_{n1} + x_{n2} = 1$, existând limite pentru valorile coeficienților de deplasare care depind de numărul de dinți și formează conturul de blocare, [6], [7] figura 4.

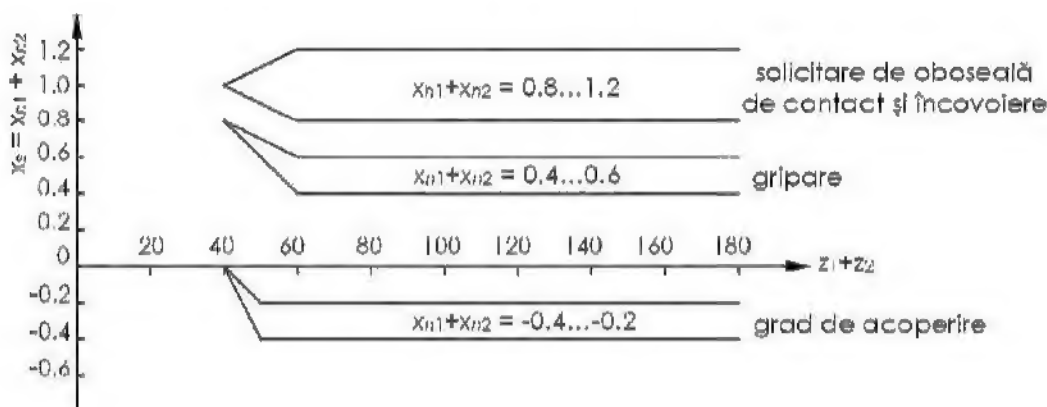


Fig.4 Alegerea deplasării de profil în funcție de criteriul de rezistență de optimizat

4. Modul de lucru

- 1) Se numără dinții roților dințate, z_1 și z_2 ;
- 2) Se măsoară diametrele de cap, d_{a1} și d_{a2} , cu șublerul;
- 3) Se deduce modulul frontal al danturii, m_f ;
- 4) Se estimează modulul în plan normal, m_n și se rotunjește la cea mai apropiată valoare normalizată, conform tabelului 1;
- 5) Se măsoară cota peste dinți cu un șubler sau micrometru;
- 6) Se repetă etapele 3 și 4;
- 7) Se determină deplasarea de profil, dacă există;
- 8) Se calculează restul elementelor geometrice ale roții dințate;
- 9) Se trasează schița roții dințate.

5. Aplicație

Să se determine coeficienții deplasărilor de profil pentru un angrenaj deteriorat, care necesită înlocuirea ambelor roți, la care se cunosc următorii parametri: $z_1 = 15$, $z_2 = 61$, $m_n = 2,5$ mm, $\beta = 15^\circ$ și $a_w = 100$ mm. Distanța de referință a se calculează cu relația (22):

$$a = \frac{15+61}{2} \cdot \frac{2,5}{\cos(15^\circ)} = 98,351 \text{ mm}$$

Unghiul de presiune în plan frontal α_{0f} rezultă din relația (8):

$$\operatorname{tg}(\alpha_{0f}) = \frac{\operatorname{tg}(20^\circ)}{\cos(15^\circ)} = 0,3768 \Rightarrow \alpha_{0f} = 20,64^\circ$$

Unghiul de angrenare în plan frontal α_{wf} rezultă din relația (40):

$$\cos(\alpha_{wf}) = \frac{98,351}{100} \cdot \cos(20,64^\circ) = 0,9203 \Rightarrow \alpha_{wf} = 23,17^\circ$$

Involutele celor două unghiuri sunt:

$$\operatorname{inv}(\alpha_{0f}) = \operatorname{tg}(20,64^\circ) - 0,3602 = 0,3768 - 0,3602 = 0,0166$$

$$\operatorname{inv}(\alpha_{wf}) = \operatorname{tg}(23,17^\circ) - 0,4044 = 0,4280 - 0,4044 = 0,0236$$

Suma deplasărilor de profil x_s se calculează cu relația (39):

$$x_s = x_{n1} + x_{n2} = \frac{15+61}{2 \cdot \operatorname{tg}(20^\circ)} \cdot (0,0236 - 0,0166) = 0,73$$

Întrucât $z_1 = 15$, deplasarea de profil pentru pinion x_{n1} se calculează cu relația (41):

$$x_{n1} \geq 1 - 15 \cdot \frac{\sin^2(20,64^\circ)}{2 \cdot \cos(15^\circ)} \Rightarrow x_{n1} \geq 0,035$$

Se împarte suma deplasărilor de profil x_s pe cele două roți, în general mai mult la pinion: $x_{n1} = 0,38$ și $x_{n2} = 0,35$.

Bibliografie

1. SR ISO 53:2011 - *Angrenaje cilindrice în evolventă, de uz general. Profil de referință.*
2. SR ISO 54:2011 - *Angrenaje cilindrice în evolventă, de uz general. Moduli.*
3. Atanasiu, V., 2002, *Angrenaje cilindrice evolventice*, Editura Tehnică, Științifică și Didactică Cerni, Iași.
4. Moldoveanu, Gh., Velicu, D., Chișu, E., Velicu, R., Jula, A., Huidan, L., Vișa, I., Gavrilă, C., 2001, *Angrenaje cilindrice și conice. Calcul și construcție*, vol. I, Editura Lux Libris, Brașov.
5. STAS 6055:80 - *Reductoare de turație. Distanța între axe.*
6. Crețu, S., Haglu, Gh., Grigoraș, Ș., Leohchi, D., Hantelmann, M., Bălan, R., 1992, *Proiectarea angrenajelor*, Rotaprint Iași.
7. Gafițanu, M., Crețu, S., Pavelescu, D., ș.a., 1983, *Organe de mașini*, vol. II, Editura Tehnică, București.

